

FOLGEN

Beschränktheit

1. Vermutung aufstellen
2. Beweisen

Minimum
kleinster Wert, wird erreicht

Infimum
kleinster Wert, wird angestrebt, aber nie erreicht

Maximum
größter Wert, wird erreicht

Supremum
größter Wert, wird angestrebt, aber nie erreicht

Konvergenz → nächster und niedrigster Wert der erreicht wird

- beschränkt + monoton $\Rightarrow$ konvergent
- konvergent $\Rightarrow$ beschränkt
- Grenzwert $\Rightarrow$ konvergent
- kein Grenzwert $\Rightarrow$ divergent

Häufungspunkt / ϵ - n -

A ist Grenzwert $\Leftrightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = A \Leftrightarrow \forall \epsilon > 0 \exists n_0 \in \mathbb{N} \forall n \geq n_0 : |a_n - A| < \epsilon$

Beispiel: $a_n = (\frac{1}{2})^n, n \geq 0$

$\forall \epsilon > 0 : |(\frac{1}{2})^n - 0| < \epsilon$

$$(\frac{1}{2})^n < \epsilon \quad | \ln$$

$$n \cdot \ln(\frac{1}{2}) < \ln(\epsilon) \quad | : \ln(\frac{1}{2}) \text{ negativ multipl.}$$

$$n > \frac{\ln(\epsilon)}{\ln(\frac{1}{2})}$$

$$n_0 := \left\lceil \frac{\ln(\epsilon)}{\ln(\frac{1}{2})} \right\rceil + 1$$

(strenge) **Monotonie**

normal: $\geq ; \leq$

Monoton **wachsend**: $a_{n+1} > a_n ; a_{n+1} - a_n > 0$

Monoton **fallend**: $a_{n+1} < a_n ; a_{n+1} - a_n < 0$

in diese Form einsetzen, dann vereinfachen

Beispiel: Überprüfe auf Beschränktheit, Monotonie und Konvergenz

1. Grenzwert berechnen
2. Monotonie prüfen
3. Beschränktheit prüfen

Multifolge: $a_n = q^n$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0 \Leftrightarrow -1 < q < 1$$

Cauchy-Folgen

← wenn in $\mathbb{R}$

Cauchy-Folge $\rightarrow$ konvergent

$$\forall \epsilon > 0 \exists n_0 \in \mathbb{N}, \text{ sodass } \forall m, n \geq n_0 : |a_m - a_n| < \epsilon$$

Grenzwertregeln

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a ; \lim_{n \rightarrow \infty} b_n = b$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n + b_n) = a + b$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n - b_n) = a - b$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n \cdot b_n) = a \cdot b$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{a_n}{b_n} \right) = \frac{a}{b}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (|a_n|) = |a|$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt[n]{|a_n|}) = \sqrt[n]{|a|}$$

Wichtige Grenzwerte

$$\sqrt[n]{a} \rightarrow 1$$

$$\sqrt[n]{n} \rightarrow 1$$

$$\sqrt[n]{n!} \rightarrow \infty$$

$$\frac{1}{n} \sqrt[n]{n!} \rightarrow \frac{1}{e}$$

$$\frac{a^n}{n!} \rightarrow 0$$

$$\frac{n^n}{n!} \rightarrow \infty$$

$$\left(\frac{n+1}{n} \right)^n \rightarrow e$$

$$\left(1 + \frac{1}{n} \right)^n \rightarrow e$$

$$\left(1 + \frac{x}{n} \right)^n \rightarrow e^x$$

$$\left(1 - \frac{x}{n} \right)^n \rightarrow e^{-x}$$

$$n (\sqrt[n]{x} - 1) \rightarrow \ln(x), x > 0$$

$$\left(\frac{a}{n} \right)^n \rightarrow 0, \text{ für } a > -1$$

REIHEN

Konvergenz überprüfen

1. Bekannte Reihen

geometrische Reihe

$$\sum_{k=0}^{\infty} q^k \begin{cases} \text{konvergent} & |q| < 1 \\ \text{divergent} & \text{sonst} \end{cases}$$

harmonische Reihe

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^s} \begin{cases} \text{konvergent} & s > 1 \\ \text{divergent} & s \leq 1 \end{cases}$$

Teleskopreihe

$$\sum_{k=0}^{\infty} b_k - b_{k+1} = b_0 - B$$

2. notwendiges Kriterium

$$\lim_{k \rightarrow \infty} a_k = 0$$

3. Konvergenzkriterium

Quotientenkriterium

$$Q = \lim_{k \rightarrow \infty} \left| \frac{a_{k+1}}{a_k} \right| \begin{cases} < 1 & \text{konvergent (absolut)} \\ > 1 & \text{divergent} \\ = 1 & \text{keine Aussage} \end{cases}$$

Wurzelkriterium

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \sqrt[k]{|a_k|} = W$$

Leibnizkriterium

$$\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \cdot a_n \text{ konvergent} \begin{cases} \text{monoton } (a_{n+1} - a_n < 0) \\ \text{Multipl. } (\lim = 0) \end{cases}$$

Verdichtungskriterium

$$\sum_{k=0}^{\infty} a_k \text{ konvergiert} \Leftrightarrow \sum_{k=0}^{\infty} 2^k \cdot a_{2^k} \text{ konvergiert}$$

Majoranten-/Minoranten-Kriterium

Majoranten: Wenn eine größere Reihe konvergiert, dann konvergiert auch die originale

Minoranten: Wenn eine kleinere Reihe divergiert, dann divergiert auch die originale

Wurzelkriterium

$$\sum_{k=0}^{\infty} a_k \rightarrow |a_k| \rightarrow \sqrt[k]{|a_k|} \rightarrow \lim_{k \rightarrow \infty} \sqrt[k]{|a_k|} = W \begin{cases} < 1 \Rightarrow \sum_{k=0}^{\infty} a_k \text{ konvergiert} \\ > 1 \Rightarrow \text{" divergiert} \\ = 1 \Rightarrow \text{keine Aussage} \end{cases}$$

Konvergenzradius + Konvergenzbereich

$$P(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n \cdot (x - x_0)^n = a_0 + a_1 \cdot (x - x_0) + a_2 \cdot (x - x_0)^2 + \dots \quad x \text{ kann auch } z \text{ sein}$$

$$\text{Bsp. } \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n \cdot 2^n} = \frac{1}{n \cdot 2^n} \cdot x^n$$

$$\sqrt[n]{\frac{1}{n \cdot 2^n}} = \frac{1}{\sqrt[n]{n} \cdot 2} \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2} \Rightarrow r = 2, x_0 = 0$$

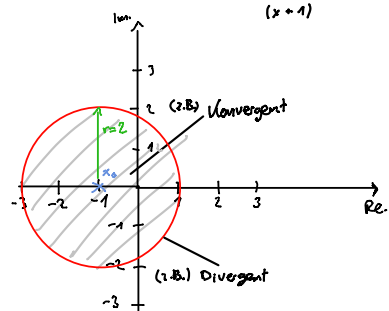
3. Limes $n \rightarrow \infty$ Grenz

4. Kehrwert

5. Konvergenzkreis zeichnen (x_0 ist der Mittelpunkt, r der Radius); Beispiel $x_0 = -1, r = 2$

- r in x (originale Funktion) einsetzen
- mit Hilfe von Reihennummern auf Konvergenz prüfen

• Die Schnittpunkte mit der x -Achse auch



Wichtige Grenzwerte

$$\begin{aligned} \sqrt[n]{|a|} &\rightarrow 1 \\ \sqrt[n]{|n|} &\rightarrow 1 \\ \sqrt[n]{|n!|} &\rightarrow \infty \\ \frac{n}{2^n} &\rightarrow 0 \\ \frac{1}{n} \sqrt[n]{n!} &\rightarrow \frac{1}{e} \end{aligned} \quad \begin{aligned} a^n &\rightarrow 0 \\ \frac{n^n}{n!} &\rightarrow \infty \\ \frac{a^n}{n^k} &\rightarrow \infty \quad \begin{cases} a > 1 \\ k \text{ fest} \end{cases} \\ a^n n^k &\rightarrow 0 \quad \begin{cases} |a| < 1 \\ k \text{ fest} \end{cases} \\ n(\sqrt[n]{a} - 1) &\rightarrow \ln a \end{aligned}$$

VOLLSTÄNDIGE INDUKTION

Induktionsanfang: $n=1 \rightarrow$ rechts und links einsetzen

Induktionsvoraussetzung (IV): gegebene Formel mit Summenzeichen aufstellen

Induktionsschritt (IS): gilt für $(n+1)$

Schluss: 1. Linke Seite Voraussetzung + linke Seite Behauptung
[ohne Summenzeichen und n durch $(n+1)$ austauschen]
= rechte Seite Behauptung

2. Linke Seite Voraussetzung durch rechte Seite Voraussetzung ersetzen

Am Ende: "w.z.b.w."

DIFFERENTIALRECHNUNG

Stetigkeit

stetig wenn:

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$$

Stetigkeit (in x_0):

1. Epsilon-Delta-Definition:

$$\forall \epsilon > 0 \exists \delta > 0 \forall x \in D:$$

$$|x - x_0| < \delta \Rightarrow |f(x) - f(x_0)| < \epsilon$$

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = f(x_0)$$

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(\lim_{x \rightarrow x_0} x)$$

$$\text{Epsilon Delta Beispiel } f(x) = 2x + 3; x_0 = 1$$

$$\forall \epsilon > 0 \exists \delta > 0 \forall x \in D:$$

$$|x - x_0| < \delta \Rightarrow |f(x) - f(x_0)| < \epsilon$$

$$x_0 = 1 \quad f(x_0) = f(1) = 2 \cdot 1 + 3 = 5$$

$$|f(x) - f(x_0)| < \epsilon \Leftrightarrow$$

$$|2x + 3 - 5| < \epsilon \Leftrightarrow$$

$$|2x - 2| < \epsilon$$

$$2|x - 1| < \epsilon$$

$$|x - 1| < \frac{\epsilon}{2}$$

$$\delta < \frac{\epsilon}{2}$$

$$w.z.b.w.$$

$$1. \ln |x - x_0| < \delta \text{ einsetzen}$$

$$2. f(x_0) \text{ ausrechnen und in } |f(x) - f(x_0)| < \epsilon \text{ einsetzen}$$

$$3. \text{So lange umformen bis linke Seite durch } \delta \text{ "ersetzbar"}$$

$$\frac{df}{dx}(x_0) = f'(x_0)$$

$$\text{Differenzierbar} \rightarrow \text{stetig}$$

$$\text{Zwischenwertsatz}$$

$$f: I = [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$$

$$\text{im Intervall } [a, b] \text{ stetig, so nimmt}$$

$$\text{sie jeden Wert zwischen } f(a) \text{ und } f(b)$$

$$\text{an.}$$

$$\text{Haben } f(a) \text{ und } f(b) \text{ unterschiedliche Vorzeichen,}$$

$$\text{muss es mindestens eine Nullstelle geben.}$$

$$\text{Mittelwertsatz:}$$

$$f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R} \text{ stetig und } (a, b) \text{ differenzierbar}$$

$$\Rightarrow \exists x_0 \in (a, b) \quad f'(x_0) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

$$\text{Taylor}$$

$$T_{n, x_0}(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!} \cdot (x - x_0)^n$$

$$= f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0) + \frac{f''(x_0)}{2!}(x - x_0)^2 + \dots$$

$$n = \text{Grad}$$

$$x_0 = \text{Entwicklungspunkt}$$

$$x \text{ bleibt immer stehen}$$

$$f'(x) \quad f'(x_0)$$

$$f''(x) \quad f''(x_0)$$

$$\vdots \quad \vdots$$

$$\sin(0) = 0$$

$$\sin(\pi) = 0$$

$$\cos(0) = 1$$

$$\cos(\pi) = -1$$

$$\text{Fehlerabschätzung:}$$

$$1. \text{Setze alles in die Formel ein}$$

$$2. \text{Größter Wert von Ableitung mit } \xi \text{ herausfinden}$$

$$\text{z.B. } \frac{f''(\xi) \sin(\cos(\xi))}{2!} \cdot x^2 \leq \frac{f''(\xi)}{2!} \cdot x^2$$

$$3. \text{Mit diesem Wert weiter machen}$$

$$\frac{f''(\xi)}{2!} \cdot x^2 \leq \text{oder } < \text{Fehler}$$

$$4. \text{Antwortkatz: Im Bereich } S(0, 0, 4\pi) \text{ ist der}$$

$$\text{Approximationsfehler } < \frac{1}{2}$$

$$\text{Lagrange'sches Restglied}$$

$$R_{n, x_0}(x) = \frac{(x - x_0)^{n+1}}{(n+1)!} f^{(n+1)}(\xi(x - x_0))$$

$$\text{Potenzregeln}$$

$$1. x^a \cdot x^b = x^{a+b}$$

$$2. \frac{x^a}{x^b} = x^{a-b}$$

$$3. x^{-a} = \frac{1}{x^a}$$

$$4. (xy)^a = x^a \cdot y^a$$

$$5. \left(\frac{x}{y}\right)^a = \frac{x^a}{y^a}$$

$$6. (x^a)^b = x^{a \cdot b}$$

$$\text{Wurzelregeln}$$

$$1. \sqrt[n]{x} = x^{\frac{1}{n}}$$

$$2. \sqrt[n]{x^a} = x^{\frac{a}{n}}$$

$$3. \sqrt[n]{xy} = \sqrt[n]{x} \cdot \sqrt[n]{y}$$

$$4. \sqrt[n]{\frac{x}{y}} = \frac{\sqrt[n]{x}}{\sqrt[n]{y}}$$

$$\frac{a}{\frac{b}{c}} = \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{1} = \frac{ac}{b}$$

$$\text{Logarithmen}$$

$$b = \log_a c \Leftrightarrow a^b = c$$

$$\log_a xy = \log_a x + \log_a y$$

$$\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$$

$$\log_a x^r = r \log_a x$$

$$\log_a \sqrt[n]{x} = \frac{1}{n} \log_a x$$

$$a^{\log_a x} = x$$

$$e^{\ln x} = x$$

GRENZWERTE

1. Einfach: Einfaß einsetzen

$$\text{Bsp. } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x-1} = \frac{1}{2-1} = \frac{1}{1} = 1$$

2. Wichtig

$$\frac{1}{\pm 0} \rightarrow \pm \infty$$

$$\frac{\infty}{\infty} \rightarrow \infty$$

$$\frac{\infty}{\pm \infty} \rightarrow 0$$

$$\frac{1}{\pm \infty} \rightarrow 0$$

$$\frac{\infty}{\pm \infty} \rightarrow \infty$$

$$\frac{1}{\pm \infty} \rightarrow 0$$

$$\frac{\infty}{\pm \infty} \rightarrow \infty$$

$$\frac{1}{\pm \infty} \rightarrow 0$$

$$\frac{\infty}{\pm \infty} \rightarrow \infty$$

$$\frac{1}{\pm \infty} \rightarrow 0$$

$$\frac{\infty}{\pm \infty} \rightarrow \infty$$

$$\frac{1}{\pm \infty} \rightarrow 0$$

$$\frac{\infty}{\pm \infty} \rightarrow \infty$$

$$\frac{1}{\pm \infty} \rightarrow 0$$

$$\frac{\infty}{\pm \infty} \rightarrow \infty$$

$$\frac{1}{\pm \infty} \rightarrow 0$$

$$\frac{\infty}{\pm \infty} \rightarrow \infty$$

$$\frac{1}{\pm \infty} \rightarrow 0$$

$$\frac{\infty}{\pm \infty} \rightarrow \infty$$

$$\frac{1}{\pm \infty} \rightarrow 0$$

$$\frac{\infty}{\pm \infty} \rightarrow \infty$$

$$\frac{1}{\pm \infty} \rightarrow 0$$

$$\frac{\infty}{\pm \infty} \rightarrow \infty$$

$$\frac{1}{\pm \infty} \rightarrow 0$$

$$\frac{\infty}{\pm \infty} \rightarrow \infty$$

$$\frac{1}{\pm \infty} \rightarrow 0$$

$$\frac{\infty}{\pm \infty} \rightarrow \infty$$

$$\frac{1}{\pm \infty} \rightarrow 0$$

$$\frac{\infty}{\pm \infty} \rightarrow \infty$$

$$\frac{1}{\pm \infty} \rightarrow 0$$

$$\frac{\infty}{\pm \infty} \rightarrow \infty$$

$$\frac{1}{\pm \infty} \rightarrow 0$$

$$\frac{\infty}{\pm \infty} \rightarrow \infty$$

$$\frac{1}{\pm \infty} \rightarrow 0$$

$$\frac{\infty}{\pm \infty} \rightarrow \infty$$

$$\frac{1}{\pm \infty} \rightarrow 0$$

$$\frac{\infty}{\pm \infty} \rightarrow \infty$$

$$\frac{1}{\pm \infty} \rightarrow 0$$

$$\frac{\infty}{\pm \infty} \rightarrow \infty$$

$$\frac{1}{\pm \infty} \rightarrow 0$$

$$\frac{\infty}{\pm \infty} \rightarrow \infty$$

$$\frac{1}{\pm \infty} \rightarrow 0$$

$$\frac{\infty}{\pm \infty} \rightarrow \infty$$

$$\frac{1}{\pm \infty} \rightarrow 0$$

$$\frac{\infty}{\pm \infty} \rightarrow \infty$$

$$\frac{1}{\pm \infty} \rightarrow 0$$

$$\frac{\infty}{\pm \infty} \rightarrow \infty$$

$$\frac{1}{\pm \infty} \rightarrow 0$$

$$\frac{\infty}{\pm \infty} \rightarrow \infty$$

$$\frac{1}{\pm \infty} \rightarrow 0$$

$$\frac{\infty}{\pm \infty} \rightarrow \infty$$

$$\frac{1}{\pm \infty} \rightarrow 0$$

$$\frac{\infty}{\pm \infty} \rightarrow \infty$$

$$\frac{1}{\pm \infty} \rightarrow 0$$

$$\frac{\infty}{\pm \infty} \rightarrow \infty$$

$$\frac{1}{\pm \infty} \rightarrow 0$$

$$\frac{\infty}{\pm \infty} \rightarrow \infty$$

$$\frac{1}{\pm \infty} \rightarrow 0$$

$$\frac{\infty}{\pm \infty} \rightarrow \infty$$

$$\frac{1}{\pm \infty} \rightarrow 0$$

$$\frac{\infty}{\pm \infty} \rightarrow \infty$$

$$\frac{1}{\pm \infty} \rightarrow 0$$

$$\frac{\infty}{\pm \infty} \rightarrow \infty$$

$$\frac{1}{\pm \infty} \rightarrow 0$$

$$\frac{\infty}{\pm \infty} \rightarrow \infty$$

$$\frac{1}{\pm \infty} \rightarrow 0$$

$$\frac{\infty}{\pm \infty} \rightarrow \infty$$

$$\frac{1}{\pm \infty} \rightarrow 0$$

$$\frac{\infty}{\pm \infty} \rightarrow \infty$$

$$\frac{1}{\pm \infty} \rightarrow 0$$

$$\frac{\infty}{\pm \infty} \rightarrow \infty$$

$$\frac{1}{\pm \infty} \rightarrow 0$$

$$\frac{\infty}{\pm \infty} \rightarrow \infty$$

$$\frac{1}{\pm \infty} \rightarrow 0$$

$$\frac{\infty}{\pm \infty} \rightarrow \infty$$

$$\frac{1}{\pm \infty} \rightarrow 0$$

$$\frac{\infty}{\pm \infty} \rightarrow \infty$$

$$\frac{1}{\pm \infty} \rightarrow 0$$

$$\frac{\infty}{\pm \infty} \rightarrow \infty$$

$$\frac{1}{\pm \infty} \rightarrow 0$$

$$\frac{\infty}{\pm \infty} \rightarrow \infty$$

$$\frac{1}{\pm \infty} \rightarrow 0$$

$$\frac{\infty}{\pm \infty} \rightarrow \infty$$

$$\frac{1}{\pm \infty} \rightarrow 0$$

$$\frac{\infty}{\pm \infty} \rightarrow \infty$$

$$\frac{1}{\pm \infty} \rightarrow 0$$

$$\frac{\infty}{\pm \infty} \rightarrow \infty$$

$$\frac{1}{\pm \infty} \rightarrow 0$$

$$\frac{\infty}{\pm \infty} \rightarrow \infty$$

$$\frac{1}{\pm \infty} \rightarrow 0$$

$$\frac{\infty}{\pm \infty} \rightarrow \infty$$

$$\frac{1}{\pm \infty} \rightarrow 0$$

$$\frac{\infty}{\pm \infty} \rightarrow \infty$$

$$\frac{1}{\pm \infty} \rightarrow 0$$

$$\frac{\infty}{\pm \infty} \rightarrow \infty$$

Kurvendiskussion

Definitionsbereich:

$$D = \{x \in \mathbb{R}; x \neq 0\}$$

$$D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

Wertebereich:

$$W = -\infty < x < \infty \setminus \{0\}$$

Nullstellen:

$$f(x) = 0$$

$$P/Q = -\frac{p}{q} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{q}\right)^2 - q} \quad x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2a}$$

Extremstellen:

$$f'(x) = 0 \rightarrow x_1 \text{ Werte}$$

$$f''(x_1) > 0 \rightarrow \text{Tiefpunkt}$$

$$f''(x_1) < 0 \rightarrow \text{Hochpunkt}$$

Wendepunkte:

$$f''(x) = 0 \rightarrow x_1 \text{ Werte}$$

$$f'''(x_1) > 0 \rightarrow \text{Rechts-Links}$$

$$f'''(x_1) < 0 \rightarrow \text{Links-Rechts}$$

Verhalten am Ende vom Def. Bereich:

$$\lim_{x \rightarrow \text{Ende Bereich}^+} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow \text{Ende Bereich}^-} f(x)$$

Integrale

Riemann Integral

$$\int_a^b f(x) dx = \sum_{i=1}^n f(\xi_i) \Delta x$$

$$\xi_i \in [x_{i-1}, x_i]$$

$$\Delta x = \frac{b-a}{n}$$

$$x_i = a + i \cdot \Delta x$$

$$x_0 = a, x_n = b$$

$$f(x) = \frac{1}{x^2} \quad F(x) = -\frac{1}{x}$$

$$\int_1^2 \frac{1}{x^2} dx = \left[-\frac{1}{x}\right]_1^2 = -\frac{1}{2} + 1 = \frac{1}{2}$$

$$\int_1^2 \frac{1}{x^2} dx = \frac{1}{2}$$

$$\int_1^2 \frac{1}{x^2} dx = \frac{1}{2}$$

$$\int_1^2 \frac{1}{x^2} dx = \frac{1}{2}$$

$$\int_1^2 \frac{1}{x^2} dx = \frac{1}{2}$$

$$\int_1^2 \frac{1}{x^2} dx = \frac{1}{2}$$

$$\int_1^2 \frac{1}{x^2} dx = \frac{1}{2}$$

$$\int_1^2 \frac{1}{x^2} dx = \frac{1}{2}$$

$$\int_1^2 \frac{1}{x^2} dx = \frac{1}{2}$$

$$\int_1^2 \frac{1}{x^2} dx = \frac{1}{2}$$

$$\int_1^2 \frac{1}{x^2} dx = \frac{1}{2}$$

$$\int_1^2 \frac{1}{x^2} dx = \frac{1}{2}$$

$$\int_1^2 \frac{1}{x^2} dx = \frac{1}{2}$$

$$\int_1^2 \frac{1}{x^2} dx = \frac{1}{2}$$

$$\int_1^2 \frac{1}{x^2} dx = \frac{1}{2}$$

$$\int_1^2 \frac{1}{x^2} dx = \frac{1}{2}$$

$$\int_1^2 \frac{1}{x^2} dx = \frac{1}{2}$$

$$\int_1^2 \frac{1}{x$$